

Prof. Franco Franceschini

E-mail: franceschini@ilpensierovivo.org

Sito web: www.francofranceschini.it

UNITA' DI DATTICA 10 - LA FORMULA

Il significato letterale della parola formula scende dal latino formŭla che è diminutivo di forma che a sua volta ha una probabile discendenza dal greco morphé. Il concetto di formula richiama quello di forma associando ad essa anche una sorta di cosa impressa attraverso un meccanismo di stampa. Proprio per questo la formula dal punto di vista estetico esprime una staticità come garanzia di una permanenza nel tempo, ciò in coerenza con la sua dimensione di stampa. Quindi la formula possiede di per sé stessa la dimensione di simbolo in quanto fissa un concetto mantenendone comunque il ricordo dinamico. Infatti una formula è suscettibile di variazioni quando la memoria del ricordo relativo al concetto richiama valori la cui realtà modifica sostanzialmente il contenuto della formula stessa. Il concetto di formula può essere applicato a un vastissimo campo di indagini come quello filosofico, artistico, linguistico, giuridico, chimico, fisico, musicale, ... matematico. In questo contesto ci interessiamo della formula intesa in senso matematico. Richiamando il significato etimologico della matematica si può affermare che la formula matematica esprime la forma simbolica con la quale è possibile fermare ciò che è ben compreso per renderlo noto come azione rivolta all'altro. Si evince quindi che già nella significazione etimologica della parola è racchiusa anche la sua dimensione etica cioè la veste che essa occupa nel mondo matematico. Non solo la formula è essa stessa un simbolo ma è costituita da un assemblaggio di ulteriori simboli sia di tipo operativo che concettuale. E' particolarmente interessante come alcuni di tali simboli abbiano valore costante mentre altri risultano variabili. Tale variabilità resta comunque limitata a certi insiemi di valori che nella loro totalità esprimono il cosiddetto dominio o campo di esistenza della formula. L'insieme dei simboli che costituiscono la formula ingenera una sorta di forza matematica che rende possibile il funzionamento della formula stessa. Solitamente tale forza viene rappresentata dai simboli-operatori come la somma algebrica, il prodotto, il quoziente, estrazione di radice, la potenza, il logaritmo, la derivata, l'integrale, il limite ecc. I simboli variabili rappresentano invece una sorta di carburante che tramite gli operatori fa

"girare la formula" producendone il risultato. Esempio: la formula: $x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ha come simboli operativi il -, il +, l'estrazione di radice, il quoziente e il prodotto e la potenza. I simboli variabili sono le lettere a, b, c. Se si vuole limitare i valori delle x così ottenuti all'insieme dei numeri reali dobbiamo effettuare la limitazione: $b^2 - 4ac \geq 0$. Inoltre per garantire l'esistenza della formula il coefficiente a deve essere diverso da zero. Entrambe queste condizioni esprimono il campo di esistenza o di variabilità della formula suddetta. Restando nella dimensione dell'analogia della formula come motore alimentiamola con del carburante:

per $a=1$, $b=5$, $c=6$ si ha: $x_{1,2} = \frac{-5 \mp \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \mp 1}{2}$ da cui $x_1 = -3$ e $x_2 = -2$. Ancora per $a=2$,

$b=1$, $c=-1$ si ha: $x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \mp 3}{4}$ da cui $x_1 = -1$ e $x_2 = 1/2$. Ancora per $a=1$, $b=-2$, $c=1$

si ha: $x_{1,2} = \frac{2 \mp \sqrt{0}}{2} = 1$ da cui $x_{1,2} = 1$. In ultimo $a=b=c=1$ $x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \mp \sqrt{-3}}{2}$. In

questo caso la formula non produce valori numerici reali in quanto la $\sqrt{-3}$ non è un numero reale uscendo quindi dal campo di esistenza. L'esempio mette in luce come la formula abbia una sua vitalità agendo come motore che produce i rispettivi risultati indipendentemente dal suo significato legato ad un problema che in questo caso espresso dalla ricerca delle soluzioni reali dell'equazione di secondo grado. Quindi come struttura logica ogni formula ha una sua autonomia di produzione nei limiti del suo campo di esistenza. Un ulteriore

esempio: $x = \frac{a^2 + \sqrt{b}}{c-1}$ con $b \geq 0$ e $c \neq 1$. Tale configurazione logica ha una sua autonomia di

produzione numerica originale. Esempio per $a=1, b=4, c=2$ si ha: $x = \frac{1+\sqrt{4}}{2-1} = 3$; per $a=2,$

$b=25, c=2$ si ha: $x = \frac{4+\sqrt{25}}{2-1} = 9$; per $b=-1$ e per qualsiasi valore di a e c la formula non

produce risultati accettabili in quanto $b < 0$. Ancora una volta si sottolinea l'assoluta indipendenza logica della formula e quindi la sua autonomia e originalità nel produrlo.

Considerazione: da quanto attualmente espresso risulta come la formula si presenti come una realtà produttiva attraverso i suoi simboli e quindi come possieda un diritto di esistere indipendentemente dal significato a essa attribuibile. Comunque essa esprime una sorta di ecologia con l'ambiente matematico in cui è immersa. Tale ecologia è rappresentata dal suo campo di esistenza.

Formule e verità

Sia P un quesito matematico espresso da un preciso linguaggio. Si dice che la variabile x esprime una verità rispetto al quesito P se assumendo il valore $x=v$ risolve il quesito P cioè lo rende una tautologia ovvero una verità in sé. Chi è che fornisce i valori $x=v$? Non sempre è stato possibile stabilire un meccanismo che fornisca o parzialmente o totalmente tali valori. In alcuni casi invece ciò è stato reso possibile. Di quest'ultimo caso si riconosce in tale meccanismo una formula che riesce a risolvere il problema della verità relativa al quesito P . Si ha quindi la formula di verità. In tal caso la formula non ha più una sua autonomia ma nasce come risposta ad un'esigenza di verità. Ad esempio l'equazione di secondo grado $ax^2+bx+c=0$ esprime il quesito P : quali sono i valori reali da assegnare alla x affinché tale

equazione si trasformi nella tautologia: $0=0$ (identità)? La formula $x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

esprime la formula di verità di tale quesito entro i limiti $a \neq 0, b^2 - 4ac \geq 0$. Esempio l'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$ ammette come formula di verità (risolutiva) i valori: $x_{1,2} = \frac{5 \mp 1}{2}$ cioè $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$.

Infatti $2^2 - 5(2) + 6 \rightarrow 0 = 0$ come pure per $x = 3$ $3^2 - 5(3) + 6 \rightarrow 0 = 0$. La formula suddetta produce tutti e soli i valori di verità della x associati al quesito espresso dalla risoluzione dell'equazione di secondo grado.

Considerazione: con l'abbinamento formula-verità, la formula assume una duplice connotazione:

1. essa è collegata ad un quesito P e non è quindi autonoma;
2. essa diviene uno strumento che sa mettere in luce all'interno del quesito quel meccanismo logico che produce la verità (soluzione) del quesito.

Riflessione: l'argomento relativo alla formula si presta per via quasi naturale alle seguenti riflessioni che invadono un campo di natura etico-religiosa:

1. la formula nella sua autonomia esprime un essere comunque vitale e quindi dotato di energia assegnatale;
2. l'esistenza della formula è garantita da una struttura logica la cui fisiologia è fornita dai simboli operazionali e variabili;
3. tale fisiologia non è comunque sufficiente a dare vitalità produttiva alla formula. E' necessaria comunque un'energia collocata nella formula e generata da quell'atto di fede che l'uomo ripone nel dono della matematica;
4. richiamando la formula come operatore di verità, essa assume una netta valenza di ulteriore dono per rendere gestibile una problematica traendone un vantaggio che oltre che a poter essere di natura materiale è sicuramente vantaggioso per la dimensione spirituale. Infatti esso esprime un appagamento nella ricerca di una verità;

5. non va trascurato il messaggio di coerenza inteso in termini di correttezza espresso dalla precisione nell'applicazione della formula. Infatti essa ci comunica come sia necessario essere fedeli all'applicazione corretta sia dei simboli operazionali che di valori attribuiti al simbolo variabile. E' sufficiente commettere un solo piccolo errore affinché la formula non produca un valore di verità. E' proprio quest'ultimo punto che fa comprendere il significato etico e religioso contenuto nella formula in sé e come operatore di verità. Non è possibile quindi modificare anche per poco la formula nella sua globalità senza perdere la sua straordinaria valenza che conduce alla verità vera. E' immediata la coincidenza tra l'indispensabile correttezza nell'applicazione della formula e l'analoga correttezza nei confronti del percorso autentico della fede secondo la legge contenuta nella regola cristiana. Il fedele non può trasformare il Cristianesimo a sua immagine e somiglianza, cioè come gli fa comodo ma viceversa essere lui ad adattarsi in modo rigoroso alla formula della catechesi cristiana. Solo così la formula del Cristianesimo può produrre nei confronti del fedele i risultati di verità vera. Tenendo conto di come la tecnologia si sviluppa esclusivamente con l'applicazione di formule si ritiene opportuno richiamare l'attenzione su come la verità espressa dalla formula si concretizzi anche nella dimensione pragmatica.

Si conclude la riflessione presentando la formula come un ulteriore straordinario dono che oltre a essere collocato nella dimensione matematica fornisce un meccanismo straordinario di visione e risoluzione di problemi teorici ma anche pratici quindi un grande aiuto per lo sviluppo dell'uomo. Ritenendo comunque la sua anima di natura divina, la formula deve essere manipolata con grande rispetto e attenzione, protetta da eventuali rapine, insomma considerandola come uno scrigno di gemme molto preziose la cui collocazione è nel Paradiso.